

**UNIVERSITATEA “OVIDIUS” DIN CONSTANȚA
ȘCOALA DOCTORALĂ DE MATEMATICĂ
DOMENIUL DE DOCTORAT - MATEMATICĂ**

Rezumat
TEZĂ DE DOCTORAT

Conducător de doctorat
Prof. univ. dr. Eduard - Marius Crăciun

Student-doctorand
Anamaria - Nadie Emin (căsătorită Leonte)

CONSTANȚA, 2023

**UNIVERSITATEA “OVIDIUS” DIN CONSTANȚA
ȘCOALA DOCTORALĂ DE MATEMATICĂ
DOMENIUL DE DOCTORAT - MATEMATICĂ**

Rezumat

NOI ABORDĂRI PENTRU MEDIILE TERMOELASTICE CU DUBLĂ POROZITATE

**Conducător de doctorat
Prof. univ. dr. Eduard - Marius Crăciun**

**Student-doctorand
Anamaria - Nadie Emin (căsătorită Leonte)**

CONSTANȚA, 2023

Cuprins

Capitolul 1 - Introducere	1
1.1 Scurt istoric	1
1.2 Scopul și obiectivele cercetării	3
1.3 Mulțumiri	4
Capitolul 2 - Preliminarii	5
Capitolul 3 - Câteva rezultate de unicitate pentru materialele termoelastice cu dublă porozitate ...	9
3.1 Ecuații de bază	9
3.2 Rezultate principale	13
Capitolul 4 - Termoelasticitatea Green-Lindsay pentru materialele cu dublă porozitate	51
4.1 Ecuații de bază	51
4.2 Rezultate principale	57
Capitolul 5 - Efectele microtemperaturii asupra materialelor termoelastice cu dublă porozitate ...	78
5.1 Ecuații de bază	78
5.2 Rezultate principale	82
Capitolul 6 - Concluzii	94
6.1 Structura tezei de doctorat	94
6.2 Rezultate originale	97
6.3 Rezultate diseminate	98
6.3.1 Articole publicate pe durata studiilor doctorale, incluse în teza de doctorat	98
6.3.2 Prezentarea rezultatelor cercetării științifice	98
6.3.3 Premiera rezultatelor cercetării științifice	99
6.4 Direcții viitoare de cercetare	100
Referințe bibliografice	100

Cuvinte cheie

dublă porozitate, termoelasticitate, unicitate, reciprocitate, Betti, Green-Lindsay, microtemperaturi, existență

CAPITOLUL 1

INTRODUCERE

1.1 SCURT ISTORIC

Un material poros este un material care conține spații libere, regulate sau neregulate, în structura sa. Aceste spații libere apar în masa materialului ca pori, fisuri sau goluri. Porozitatea unui material este dată de totalitatea acestor spații libere. În teoria elasticității mediilor poroase este luată în considerare și fracțiunea de volum, care reprezintă un grad de libertate suplimentar pentru fiecare microelement, astfel, teoria elasticității mediilor poroase reprezintă o extindere a teoriei clasice a elasticității. Termoelasticitatea se ocupă cu studiul stărilor de tensiune și a deformațiilor produse sub acțiunea unui câmp termic. Unicitatea și diferite alte aspecte ale soluțiilor problemelor considerate în contextul elasticității și termoelasticității au fost studiate intens în ultimele decenii.

Conceptul de dublă porozitate a fost introdus pentru prima dată de Barenblatt și colab., [4] și de Barenblatt, [3]. Materialele cu dublă porozitate au fost abordate folosind diverse teorii. Pe baza teoriei Cowin-Nunziato, [11], pentru materialele cu goluri, Ieșan și Quintanilla, [20], au dezvoltat o teorie neliniară pentru corpurile termoelastice cu dublă porozitate, luând în considerare porii corpului, la nivel macro și fisurile matricei poroase, la nivel micro. Svanadze, [34], a obținut câteva teoreme de unicitate pentru materialele izotrope cu dublă porozitate. Problemele cu valori pe frontieră în contextul termoelasticității corpurilor dipolare au fost studiate de Marin și Crăciun, [25], și Marin și colab., [23]. Florea, [14], a publicat unele studii pentru problemele înapoi în timp ale acestui tip de materiale. Florea și Bobe, [15], au abordat teoria Moore-Gibson-Thompson în contextul corpurilor cu dublă porozitate.

Mulți cercetători și-au arătat interesul pentru teoria termoelasticității Green-Lindsay, datorită faptului că această teorie ia în considerare și rata temperaturii, ca variabilă constitutivă și permite propagarea undelor la viteze finite. Acest tip de teorie a fost abordat din punctul de vedere al termoelasticității clasice de către Green și Lindsay, [16], din punctul de vedere al solidului termoelastic de către Nieto și colab., [30], din punctul de vedere al termovâscoelasticității de către Aouadi

și colab., [2] și din punctul de vedere al termoelasticității corpurilor dipolare de către Marin și colab., [26].

Ieșan și Quintanilla, [19], au dezvoltat teoria liniară a termoelasticității cu microtemperaturi pentru materiale cu structură interioară. În această teorie, particulele materialelor, pe lângă deplasarea clasică și câmpurile de temperatură, posedă microtemperaturi. Marin și colab., [24], au obținut rezultate legate de existența și unicitatea soluției în teoria corpurilor termoelastice micropolare ale căror microparticule posedă microtemperaturi, transformând problema mixtă cu valori inițiale și pe frontieră într-o ecuație de evoluție temporală pe un spațiu Hilbert. Bazzara și colab., [5], au utilizat teoria semigrupului de operatori pentru diferite medii din mecanica continuă.

Svanadze, [33], a studiat conceptul de porozitate triplă, unde se consideră pori la nivel macro, mezo și micro.

Aplicațiile materialelor cu dublă porozitate se răspândesc într-o gamă largă de domenii, cum ar fi: inginerie civilă și geotehnică, biomecanică, seismologie, geomagnetism și geodezie, producție de energie și inginerie petrolieră.

1.2 SCOPUL ȘI OBIECTIVELE CERCETĂRII

În prezenta teză de doctorat, îmi propun să cercetez și să obțin noi rezultate referitoare la:

1. Unicitatea soluției problemei mixte pentru materialele termoelastice cu dublă porozitate;
2. Unicitatea soluției problemei mixte pentru materialele termoelastice cu dublă porozitate, în contextul termoelasticității Green-Lindsay;
3. Unicitatea soluției problemei mixte pentru materialele termoelastice cu dublă porozitate, când se ia în calcul influența microtemperaturii.

Fiecare dintre cele trei studii enumerate anterior va reprezenta câte un capitol al tezei de doctorat, conținând rezultate originale. Alături de cele trei capitole menționate mai sus, prezenta teză de doctorat va include un capitol introductiv, un capitol conținând preliminarile studiului, un capitol reprezentând concluziile studiului și o listă bibliografică.

1.3 MULȚUMIRI

Adresez mulțumiri conducătorului meu de doctorat, prof. univ. dr. Eduard - Marius Crăciun, care mi-a oferit îndrumare, încurajare și sprijin pe tot parcursul anilor de studii doctorale.

De asemenea, aduc mulțumiri tuturor profesorilor cu care am colaborat în perioada de pregătire a tezei de doctorat și care au contribuit la formarea mea.

Această lucrare a fost realizată în cadrul proiectului Excelența academică și valori antreprenoriale - sistem de burse pentru asigurarea oportunităților de formare și dezvoltare a competențelor antreprenoriale ale doctoranzilor și postdoctoranzilor (ANTREPRENORDOC), cofinanțat din Fondul Social European prin Programul Operațional Capital Uman, 2014-2020, Contract nr. 36355/23.05.2019 POCU/380/6/13 - Cod SMIS: 123847.

CAPITOLUL 2

PRELIMINARII

Rezultatele orginiale ale prezentei teze de doctorat sunt incluse în Capitolele 3, 4 și 5, astfel: Capitolul 3 conține rezultate de unicitate a soluției problemei mixte pentru materialele termoelastice cu dublă porozitate; Capitolul 4 conține rezultate de unicitate a soluției problemei mixte pentru materialele termoelastice cu dublă porozitate, în contextul termoelasticității Green-Lindsay; Cpitolul 5 conține rezultate de unicitate a soluției problemei mixte pentru materialele termoelastice cu dublă porozitate, când se ia în calcul influența microtemperaturii.

În Capitolele 3 și 4 am utilizat Teorema lui Betti, [6], [7].

În Capitolul 4 am utilizat transformata Laplace, proprietatea de derivare a originalului și imaginea produsului de convoluție, [32], [29].

În Capitolul 5 am utilizat teoria semigrupului de contracții, Teorema Hille-Yosida, noțiunea de operator disipativ și Corolarul Lumer-Phillips [31].

Astfel, în capitolul de față, am definit, enunțat și prezentat rezultatele menționate mai sus, aparținând altor autori, care mi-au fost necesare și pe care le-am folosit pentru obținerea propriilor rezultate.

CAPITOLUL 3

CÂTEVA REZULTATE DE UNICITATE PENTRU MATERIALELE TERMOELASTICE CU DUBLĂ POROZITATE

Scopul principal al prezentului capitol este obținerea unor noi rezultate cu privire la unicitatea soluției problemei mixte cu valori inițiale și pe frontieră pentru materialele termoelastice anizotrope cu dublă porozitate.

Astfel, în Capitolul 3, am inclus câteva noi rezultate referitoare la unicitatea soluției problemei mixte pentru materialele termoelastice cu dublă porozitate. Acest capitol este alcătuit din două subcapitole, după cum urmează:

În Subcapitolul 3.1 am prezentat ecuațiile de bază ce modelează materialele termoelastice cu dublă porozitate, respectiv ecuațiile de mișcare, ecuațiile de echilibru, ecuația energiei și ecuațiile constitutive. Din ecuațiile de bază, am obținut problema mixtă corespunzătoare acestui tip de structură, constând într-un sistem de ecuații diferențiale, alături de condițiile inițiale și condițiile pe frontieră și am stabilit ipotezele necesare demonstrării unicității soluției problemei mixte considerate.

În Subcapitolul 3.2 am prezentat rezultatele principale ale capitolului. În prima parte a subcapitolului, am introdus două funcții pentru care, în Teorema 3.2.1, am demonstrat o identitate corespunzătoare diferenței dintre ele. În Teorema 3.2.2, am găsit alte două expresii pentru cele două funcții introduse. Pe baza Teoremelor 3.2.1 și 3.2.2, am demonstrat un prim rezultat privind unicitatea soluției problemei mixte prezentate în Subcapitolul 3.1. Mai concret, în Teorema 3.2.3, am demonstrat că problema mixtă constând în sistemul de ecuații diferențiale, satisfacând condițiile inițiale și pe frontieră și ipotezele impuse în Subcapitolul 3.1, admite cel mult o soluție. În scopul obținerii unui nou rezultat de unicitate a soluției problemei mixte considerate în Subcapitolul 3.1, am introdus două noi funcții, continue în timp, am definit produsul lor de convoluție, am considerat două sisteme de încărcări externe cu mulțimea soluțiilor corespunzătoare lor și, în Lema 3.2.4, am obținut o relație de

comutativitate cu ajutorul produsului de convoluție definit. Pornind de la Lema 3.2.4, în Teorema 3.2.5, am demonstrat o relație de reciprocitate de tip Betti, [6], [7], care stabilește o legătură între cele două sisteme de încărcări externe considerate și soluțiile încărcărilor respective, apoi am demonstrat o relație diferențială a carei expresie am inclus-o în Lema 3.2.6. În final, utilizând Lema 3.2.6 și Teorema 3.2.5, în Teorema 3.2.7, am demonstrat un nou rezultat privind unicitatea soluției problemei mixte constând în sistemul de ecuații diferențiale, satisfăcând condițiile inițiale și pe frontieră și ipotezele considerate în Subcapitolul 3.1, incluzând, în plus, condiția ca tensorul de conductibilitate termică să fie pozitiv definit.

Rezultatele acestui capitol au fost publicate în lucrarea A.N. Emin, O.A. Florea, E.M. Crăciun, [13].

CAPITOLUL 4

TERMOELASTICITATEA GREEN-LINDSAY PENTRU MATERIALELE CU DUBLĂ POROZITATE

Scopul principal al prezentului capitol este obținerea unor noi rezultate cu privire la unicitatea soluției problemei mixte cu valori inițiale și pe frontieră pentru materialele termoelastice cu dublă porozitate, pornind de la teoria clasică a elasticității Green-Lindsay, [16].

Astfel, în Capitolul 4, am inclus câteva noi rezultate referitoare la unicitatea soluției problemei mixte pentru materialele termoelastice cu dublă porozitate, în contextul termoelasticității Green-Lindsay, [16]. Acest capitol este alcătuit din două subcapitole, după cum urmează:

În Subcapitolul 4.1 am prezentat ecuațiile de bază ce modelează materialele termoelastice cu dublă porozitate folosind termoelasticitatea Green-Lindsay, [16], respectiv componentele fluxului de căldură, ecuațiile de mișcare, ecuațiile de echilibru, ecuația energiei și ecuațiile constitutive. Din ecuațiile constitutive și componentele fluxului de căldură am obținut forma pătratică a energiei libere generalizate. Am prezentat problema mixtă corespunzătoare acestui tip de structură constând în ecuațiile de mișcare, ecuațiile de echilibru, ecuația energiei și ecuațiile constitutive, alături de condițiile inițiale și condițiile pe frontieră.

În Subcapitolul 4.2 am prezentat rezultatele principale ale capitolului. În prima parte a subcapitolului, am considerat două sisteme de încărcări externe care acționează asupra corpului cu dublă porozitate și stările termoelastice corespunzătoare lor. Am introdus două funcții pentru care am definit produsul de convoluție. Aplicând transformata Laplace, [32], [29] și utilizând proprietatea de derivare a originalului, [32], [29], în Teorema 4.2.1, cu ajutorul produsului de convoluție definit, am demonstrat o relație de reciprocitate de tip Betti, [6], [7], între cele două sisteme de încărcări externe. În continuare, am folosit funcția energie

propusă de Biot, [8] și funcția scalară exprimată de Green și Lindsay, [16], obținând astfel forma pătratică a funcției energie conform lui Biot. Utilizând rezultatul Teoremei 4.2.1 și forma pătratică a funcției energie conform lui Biot, în Teorema 4.2.2, am găsit forma energiei în contextul Green-Lindsay, [16], pentru materialele cu dublă porozitate. În final, în Teorema 4.2.3, utilizând Teorema 4.2.2, am demonstrat că problema mixtă, prezentată în Subcapitolul 4.1, admite cel mult o soluție, dacă forma pătratică a funcției energie conform lui Biot este pozitiv definită.

Rezultatele acestui capitol au fost publicate în lucrarea A.N. Emin, O.A. Florea [12].

CAPITOLUL 5

EFECTELE MICROTEMPERATURII ASUPRA MATERIALELOR TERMOELASTICE CU DUBLĂ POROZITATE

Scopul principal al prezentului capitol este obținerea unor noi rezultate cu privire la unicitatea, existența și dependența continuă a soluției problemei mixte cu valori inițiale și pe frontieră, când se ia în considerare influența microtemperaturii.

Astfel, în Capitolul 5, am inclus câteva noi rezultate referitoare la unicitatea, existența și dependența continuă a soluției problemei mixte pentru materialele termoelastice cu dublă porozitate, când se ia în calcul influența microtemperaturii. Acest capitol este alcătuit din două subcapitole, după cum urmează:

În Subcapitolul 5.1 am prezentat ecuațiile de bază ce modelează materialele termoelastice anizotrope cu dublă porozitate și microtemperaturi, respectiv deplasarea termică introdusă de Green și Naghdi, [17], deplasarea microtermică, ecuațiile de mișcare, ecuațiile de echilibru și ecuațiile energiei ținând seama de microtemperaturi. Am definit forma pătratică a energiei interne în contextul termoelasticității liniare, pe care am considerat-o pozitiv definită. Din forma pătratică a energiei interne, pe baza metodei Ieșan, [21], am obținut ecuațiile constitutive. Din ecuațiile constitutive, ecuațiile de mișcare, ecuațiile de echilibru și ecuațiile energiei, am obținut problema mixtă pentru materialele termoelastice cu dublă porozitate și microtemperaturi, constând într-un sistem de ecuații diferențiale, alături de condițiile inițiale și condițiile pe frontieră și am stabilit ipotezele necesare demonstrării rezultatelor dorite.

În Subcapitolul 5.2 am prezentat rezultatele principale ale capitolului. Pentru obținerea unui rezultat de unicitate a problemei mixte prezentate în Subcapitolul 5.1, am dedus un rezultat auxiliar. Astfel, în Lema 5.2.1, am obținut expresia deformării

unui material termoelastic cu dublă porozitate și microtemperaturi. Cu ajutorul Lemei 5.2.1 și ținând seama de ipotezele considerate în Subcapitolul 5.1, am demonstrat, în Teorema 5.2.2, un rezultat privind unicitatea soluției problemei mixte cu valori inițiale și pe frontieră când se ia în calcul influența microtemperaturii. Pentru studiul existenței soluției, datorită complexității sistemului de ecuații diferențiale care, împreună cu condițiile inițiale și condițiile pe frontieră, constituie problema mixtă, am transformat problema mixtă într-o problemă de tip Cauchy. În acest sens, am limitat studiul la cazul în care condițiile pe frontieră sunt nule și am definit un spațiu Hilbert, [9], [31], [27], [28], [1], pe care am considerat o ecuație de evoluție și două funcții vectoriale pentru care am definit produsul scalar. Pe baza primei inegalități a lui Korn, [10], [18], [35], am demonstrat, în Teorema 5.2.3, că norma produsului scalar al celor două funcții vectoriale introduse este echivalentă cu norma spațiului Hilbert definit. Din sistemul de ecuații diferențiale obținut în Subcapitolul 5.1, utilizând procedura prezentată de Ieșan, [21], am extras operatorii pe baza cărora am introdus un operator matriceal. În Teorema 5.2.4, am demonstrat că operatorul matriceal introdus este disipativ. În Teorema 5.2.5, utilizând operatorul matriceal introdus și aplicând Teorema Lax-Milgram, [9], [36], [31], am asigurat existența soluției problemei Cauchy. Prin Teoremele 5.2.4 și 5.2.5 am arătat că operatorul matriceal introdus îndeplinește condițiile Corolarului Lumer-Phillips, [31], corespunzător Teoremei Hille-Yosida, [31], astfel că, în Teorema 5.2.6, am putut demonstra că operatorul introdus generează un semigrup de contracții, [31], pe spațiul Hilbert definit anterior. În final, pe baza Teoremei 5.2.6, am demonstrat, în Teorema 5.2.7, că soluția problemei Cauchy considerate este unică, iar în Teorema 5.2.8, utilizând Corolarul Lumer-Phillips, [31], am demonstrat dependența continuă a soluției problemei Cauchy considerate. În Teoremele 5.2.5 - 5.2.8 am ținut seama de ipotezele considerate în Subcapitolul 5.1.

CAPITOLUL 6

CONCLUZII

6.1 STRUCTURA TEZEI DE DOCTORAT

Ținând seama de scopul și obiectivele cercetării (vezi Subcapitolul 1.2), am structurat prezenta teză de doctorat, intitulată *Noi abordări pentru mediile termoelastice cu dublă porozitate*, în șase capitole, urmate de o listă bibliografică conținând 111 titluri.

6.2 REZULTATE ORIGINALE

1. Studiul inclus în Capitolul 3, intitulat *Câteva rezultate de unicitate pentru materialele termoelastice cu dublă porozitate*, publicat în [13],
2. Studiul inclus în Capitolul 4, intitulat *Termoelasticitatea Green-Lindsay pentru materialele cu dublă porozitate*, publicat în [12],
3. Studiul inclus în Capitolul 5, intitulat *Efectele microtemperaturii asupra materialelor termoelastice cu dublă porozitate*.

6.3 REZULTATE DISEMINATE

6.3.1 Articole publicate pe durata studiilor doctorale, incluse în teza de doctorat

1. **A. N. Emin**, O. A. Florea, E. M. Crăciun, Some Uniqueness Results for Thermoelastic Materials with Double Porosity Structure, *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 33(4), 1083-1106, (2021), <https://doi.org/10.1007/s00161-020-00952-7>, jurnal indexat ISI, vezi [13],
2. **A. N. Emin**, O. A. Florea, Green-Lindsay Thermoelasticity for Double Porous Materials, *Analele Științifice ale Universității Ovidius din Constanța, Seria Matematică*, 31(1), 97-113, (2023), <https://doi.org/10.2478/auom-2023-0005>, jurnal indexat ISI, vezi [12].

6.3.2 Prezentarea rezultatelor cercetării științifice

- **Students' International Conference CERC, București, 23-25 Aprilie 2019**
Organizator: Academia Militară Tehnică "Ferdinand I", București
- **International Conference on Nonlinear Solid Mechanics, Roma, 16-19 Iunie 2019**
Organizator: International Research Center on Mathematics and Mechanics of Complex Systems of the University of L'Aquila
- **Students' International Conference CERC, București, 06-07 Noiembrie 2020**
Organizator: Academia Militară Tehnică "Ferdinand I", București
- **4th International Conference of the Doctoral School TUIASI, Iași, 19-21 Mai 2021**
Organizator: Universitatea Tehnică "Gheorghe Asachi" din Iași
- **12th International Conference TIMA21 - Innovative Technologies for Joining Advanced Materials, Timișoara, 25-26 Noiembrie 2021**
Organizator: Institutul Național de Cercetare - Dezvoltare în Sudură și Încercări de Materiale ISIM Timișoara
- **Sesiunea de Comunicări Matematice, Constanța, 11 Decembrie 2021**
Organizator: Facultatea de Matematică și Informatică, Universitatea "Ovidius" din Constanța

6.3.3 Premierea rezultatelor cercetării științifice

Următorul articol a fost premiat, în cadrul competiției naționale "Premierea rezultatelor cercetării - UEFISCDI":

- **Some Uniqueness Results for Thermoelastic Materials with Double Porosity Structure, Continuum Mechanics and Thermodynamics, PN-III-P1-1.1-PRECISI-2021-61237, vezi [13]**

6.4 DIRECȚII VIITOARE DE CERCETARE

1. Noi rezultate de unicitate a soluției problemei mixte cu valori inițiale și pe frontieră pentru materiale cu triplă porozitate.

2. Influența utilizării materialelor cu dublă și triplă porozitate în proiectarea corpurilor plutitoare cu geometrie variabilă pentru catamarane.

REFERINȚE BIBLIOGRAFICE

- [1] Adams, R.A., *Sobolev Spaces*, Int. J. Pure. Appl. Math., 1st ed., Academic Press: New York, NY, USA, 65, (1975)
- [2] Aouadi, M., Campo, M., Copetti, M.I.M., Fernández, J.R., *Analysis of a multidimensional thermoviscoelastic contact problem under the Green–Lindsay theory*, J. Comput. Appl. Math., 345, 224–246, (2019)
- [3] Barenblatt, G.I., *On certain boundary-value-problems for the equations of seepage of liquid in fissured rocks*, Prikl. Mat. Mekh., 27(2), 513–518, (1963)
- [4] Barenblatt, G.I., Zheltov, Iu.P., Kochina, I.N., *Basic concept in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks (strata)*, J. Appl. Math. Mech., 24(5), 1286–1303, (1960)
- [5] Bazarra, N., Fernández, J.R., Quintanilla, R., *Lord - Shulman thermoelasticity with microtemperatures*, Appl. Math. Optim., 84, 1667–1685, (2021)
- [6] Bănuț, V., Teodorescu, M.E., *Statica construcțiilor. Aplicații. Structuri static nedeterminate*, Matrix Rom, (2003)
- [7] Betti, E., *Teoria dell’elasticità*, Il nuovo cemento, 7, 69–97, (2003)
- [8] Biot, M.A., *General theory of three-dimensional consolidation*, J. Appl. Phys., 12, 155–164, (1941)
- [9] Brezis, H., *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer: New York, NY, USA, (2011)
- [10] Ciarlet, P.G., *On Korn’s inequality*, Chin. Ann. Math. Ser. B, 31, 607–618, (2010)

- [11] Cowin, S.C., Nunziato, J.W., *Linear elastic materials with voids*, J. Elast., 13, 125-147, (1983)
- [12] Emin, A.N., Florea, O.A., *Green-Lindsay thermoelasticity for double porous materials*, An. Șt. Univ. Ovidius Constanța, 31(1), 97-113, (2023)
- [13] Emin, A.N., Florea, O.A., Crăciun, E.M., *Some uniqueness results for thermoelastic materials with double porosity structure*, Continuum Mech. Thermodyn., 33, 1083–1106, (2020)
- [14] Florea, O., *The backward in time problem of double porosity material with microtemperature*, Symmetry, 11(4), 552, (2019)
- [15] Florea, O.A., Bobe, A., *Moore – Gibson – Thompson thermoelasticity in the context of double porous materials*, Continuum Mech. Thermodyn., 33, 2243–2252, (2021)
- [16] Green, A.E., Lindsay, K.A., *Thermoelasticity*, J. Elast., 2, 1-7, (1972)
- [17] Green, A.E., Naghdi, P.M., *Thermoelasticity without energy dissipation*, J. Elast., 31(3), 189-208, (1993)
- [18] Ieșan, D., *A theory of thermoelastic materials with voids*, Acta Mech., 60, 67-89, (1986)
- [19] Ieșan, D., Quintanilla, R., *On a theory of thermoelasticity with microtemperatures*, J. Therm. Stress., 23(3), 199-215, (2000)
- [20] Ieșan, D., Quintanilla, R., *On a theory of thermoelastic materials with a double porosity structure*, J. Therm. Stress., 37(9), 1017-1036, (2014)
- [21] Ieșan, D., Quintanilla, R., *On thermoelastic bodies with inner structure and microtemperatures*, J. Math. Anal. Appl., 351(1), 12-23, (2009)
- [22] Lakes, R.S., *Physical meaning of elastic constants in Cosserat, void, and microstretch elasticity*, J. Mech. Mater. Struct., 11(3), 217-229 (2016)
- [23] Marin, M., Baleanu, D., Carstea, C., *A uniqueness result for final boundary value problem of microstretch bodies*, J. Nonlinear Sci. Appl., 10(4), 1908-1918, (2017)

- [24] Marin, M., Baleanu, D., Vlasie, S., *Effect of microtemperatures for micropolar thermoelastic bodies*, Struct, Eng. Mech., 61(3), 381-387, (2017)
- [25] Marin, M., Craciun, E.M., *Uniqueness results for a boundary value problem in dipolar thermoelasticity to model composite materials*, Compos. B Eng., 126, 27-37, (2017)
- [26] Marin, M., Craciun, E.M., Pop N., *Some results in Green - Lindsay thermoelasticity of bodies with dipolar structure*, Mathematics, 8(4), 497, (2020)
- [27] Marin, M., Codarcea, L., Chirila, A., *Qualitative results on mixed problem of micropolar bodies with microtemperatures*, Appl. Appl. Math. AAM, 12, 776-789, (2017)
- [28] Marin, M., Chirila, A., Codarcea-Munteanu, L., *On a thermoelastic material having a dipolar structure and microtemperatures*, Appl. Math. Model., 80, 827-839, (2020)
- [29] Marinescu, G., Tudor, C., *Sur la transformation de Laplace des distributions*, Rev. Roumanie Math. Pures Appl., 12, 1323-1327, (1967)
- [30] Nieto, A.M., Rivera, J.E.M., Naso, M.G., Quintanilla, R., *Qualitative results for a mixture of Green-Lindsay thermoelastic solids*, Chaotic Mod. Simul., 3, 285-294, (2018)
- [31] Pazy, P., *Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations*, Appl. Math. Sci., Springer: New York, USA, 44, (1983)
- [32] Prepeliță, V., Pîrvan, M., Toma, A., Barbu, G., Popa, L., Roșu, D., *Transformări integrale și funcții complexe cu aplicații în tehnică*
- [33] Svanadze, M., *Potential method in the theory of thermoelasticity for materials with triple voids*, Arch. Mech., 71(2), 113-136, (2019)
- [34] Svanadze, M., *Uniqueness theorems in the theory of thermoelasticity for solids with double porosity*, Meccanica, 49, 2099-2108, (2014)
- [35] Wang, L., *On Korn's inequality*, J. Comput. Math., 21, 321-324, (2003)
- [36] Yosida, K., *Functional Analysis*, 6st ed., Springer: New York, USA, (1980)